# Наборы чисел

1. Какое наибольшее количество чисел можно выбрать из чисел 1, 2, …, 2026 так, чтобы сумма никаких двух различных выбранных чисел не была равна выбранному числу?
2. Школьник готовился к олимпиаде 77 дней подряд. Каждый день он решал по крайней мере одну задачу, но суммарно решил не больше 132 задач. Докажите, что найдутся несколько последовательных дней, в которые он решил ровно 21 задачу.
3. Даны 20 попарно различных натуральных чисел, меньших 70. Докажите, что какая-то из их попарных разностей повторяется не меньше 4 раз.
4. Даны два непересекающихся множества натуральных чисел $A$ и $B$, состоящих из $n$ и $m$ элементов соответственно. Известно, что каждое натуральное число $k$, принадлежащее $A$ или $B$, удовлетворяет хотя бы одному из условий: $k + 17 \in A$ или $k - 31 \in B$. Докажите, что $17n = 31m$.
5. В ряд выписана бесконечная последовательность натуральных чисел, в которой сумма любых шести подряд идущих чисел не превосходит 11. Докажите, что для любого натурального числа $a$ в этом ряду найдутся несколько (быть может, одно) последовательных чисел с суммой $a$.
6. Докажите, что среди любых $2m + 1$ разных целых чисел, не превосходящих по модулю $2m - 1$, можно найти три числа, сумма которых равна 0.
7. Какое наибольшее количество чисел можно выбрать из чисел 1, 2, …, 2026 так, чтобы сумма никаких трёх различных выбранных чисел не была равна выбранному числу?
8. Из натуральных чисел от 1 до 501 выбрано 250 чисел. Докажите, что для любого целого числа $t$ найдутся такие четыре выбранных числа $a_1$, $a_2$, $a_3$ и $a_4$, что $a_1+a_2+a_3+a_4-t$ делится на 23.